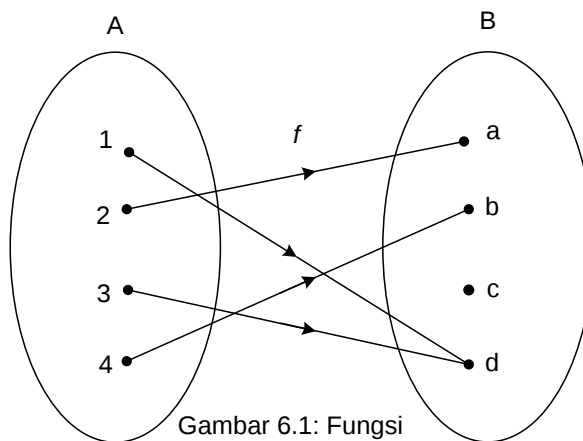


FUNGSI (Pertemuan – 3)

1.1 Definisi Fungsi

Pembahasan mengenai fungsi tidak dapat dilepaskan dari masalah pemetaan atau pengaitan. Suatu pemetaan f dari himpunan A ke himpunan B disebut fungsi jika setiap anggota dari himpunan A dipetakan atau dikaitkan dengan tepat satu anggota dari himpunan B . Perhatikan gambar 6.1.

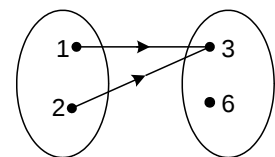


Setiap anggota himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dipetakan tepat satu pada anggota di himpunan B .

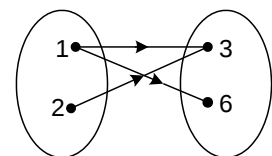
Contoh

Misalkan $X = \{1, 2\}$ dan $Y = \{3, 6\}$.

- Himpunan $\{(1,3), (2,3)\}$ merupakan fungsi dari X ke Y , karena setiap anggota himpunan X dikaitkan atau dipetakan dengan tepat satu anggota himpunan Y (lihat Gambar 6.2)



- Himpunan $\{(1,3), (1,6), (2,3)\}$ bukan merupakan fungsi, karena ada anggota himpunan X , yaitu 1, yang dikaitkan lebih dari satu pada anggota himpunan Y (lihat Gambar 6.3).



1.2 Menyatakan Fungsi

Suatu Fungsi biasanya dinyatakan dengan huruf tunggal, boleh huruf kecil ataupun huruf besar misalnya $f, g, h, d, F, G, K, L, V$ dan sebagainya. Untuk menyatakan bahwa f adalah suatu fungsi dari himpunan A ke himpunan B dinotasikan dengan : $f : A \rightarrow B$

Jika $x \in A$ dan $y \in B$, maka notasi pernyataan fungsi tersebut dapat diganti dengan: $f : x \rightarrow y$ " y " adalah peta dari x oleh f , atau " y " adalah fungsi dari " x " dan umumnya ditulis sebagai: $y = f(x)$

Bentuk terakhir ini disebut dengan rumus fungsi. x disebut variabel bebas dan y disebut variabel tak bebas karena nilainya tergantung pada x .

1.3 Nilai Fungsi

Nilai fungsi adalah nilai y yang diperoleh dari rumus fungsi jika x diberi suatu harga (nilai). Misal diberikan rumus fungsi $y = f(x) = x^2 - 2$, maka :

Nilai fungsi untuk

- : $x = -3$ adalah $f(3) = (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$
- : $x = -1$ adalah $f(-1) = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$
- : $x = 0$ adalah $f(0) = (0)^2 - 2 = 0 - 2 = -2$
- : $x = a$ adalah $f(a) = (a)^2 - 2$
- : $x = a + 3$ adalah $f(a+3) = (a+3)^2 - 2$
 $= a^2 + 6a + 9 - 2$
 $= a^2 + 6a + 7$
- : $x = \sqrt{2}$ adalah $f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 - 2 = 2 - 2 = 0$
- : $x = -\frac{1}{2}$ adalah $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2 = \frac{1}{4} - 2 = -1\frac{3}{4}$
- : $x = t^2$ adalah $f(t^2) = (t^2)^2 - 2 = t^4 - 2$

1.4 Daerah Asal, dan Daerah Hasil

Jika $f: A \rightarrow B$ maka dalam hal ini, himpunan A dinamakan *domain* atau *daerah definisi* atau *daerah asal*, sedangkan himpunan B dinamakan *kodomain* atau *daerah kawan* fungsi f .

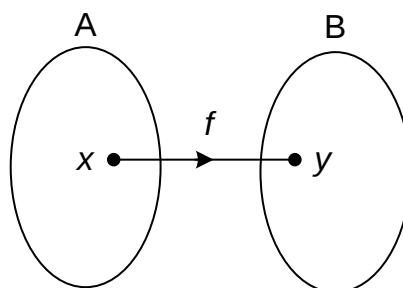
Domain fungsi f ditulis dengan notasi D_f , dan apabila tidak disebutkan maka disepakati bahwa domain fungsi f adalah himpunan terbesar di dalam $\square$ sehingga f terdefinisi atau ada.

$$D_f = \{x \in \square : f(x) \in \square\}$$

Himpunan semua anggota B yang mempunyai kawan di A dinamakan *range* atau *daerah hasil* fungsi f , ditulis R_f atau $\text{Im}(f)$.

$$R_f = \{f(x) \in \square : x \in D_f\}$$

Jika pada fungsi $f: A \rightarrow B$, sebarang elemen $x \in A$ mempunyai kawan $y \in B$, maka dikatakan " y merupakan bayangan x oleh f " atau " y merupakan nilai fungsi f di x " dan ditulis $y = f(x)$ (lihat Gambar 6.4).



Gambar 6.4 : fungsi dari himpunan A ke B

Selanjutnya, x dan y masing-masing dinamakan *variable bebas* dan *variabel tak bebas*. Sedangkan $y = f(x)$ disebut *rumus fungsi f* .

Contoh

Tentukan daerah asal (*Domain*) dan daerah hasil (*Range*) dari fungsi berikut ini:

1. $f(x) = x + 3$

2. $f(x) = x^2$

3. $f(x) = \sqrt{2x - 6}$

4. $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

5. $f(x) = \frac{3}{x - 4}$

6. $f(x) = \frac{2}{x^2 - 6x + 8}$

Jawab

1. $f(x) = x + 3$

Untuk setiap $x \in \mathbb{R}$ nilai dari $f(x)$ selalu ada dan $f(x) \in \mathbb{R}$. sehingga

$$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} \text{ dan } R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$$

2. $f(x) = x^2$

Untuk setiap $x \in \mathbb{R}$ nilai dari $f(x)$ selalu ada dan memiliki nilai positif

$$(f(x) \in \mathbb{R}^+) \text{ sehingga } D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} \text{ dan } R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}^+\}$$

3. $f(x) = \sqrt{2x-6}$

Jika kita memasukan nilai $x = 1$ maka $f(1) = \sqrt{2(1)-6} = \sqrt{-4}$ (tak terdefinisi), karena "akar" hanya didefinisikan untuk bilangan yang lebih dari atau sama dengan nol.

$$2x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq 3.$$

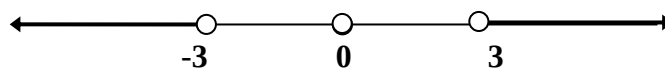
Jadi daerah asalnya adalah: $D_f = \{x \mid x \geq 3, x \in \mathbb{R}\}$

Daerah hasil diperoleh dengan cara memasukan nilai x pada daerah asal.

$$R_f = \{y \mid y \geq 0, y \in \mathbb{R}\} = [0, \infty)$$

4. $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

$f(x)$ akan terdefinisi jika bilangan dibawah tanda akar lebih dari atau sama dengan nol, sehingga $x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow (x+3)(x-3) \geq 0$



Dan nilai-nilai x yang memenuhi pertidaksamaan terakhir adalah $x \leq -3$

atau $x \geq 3$ jadi daerah asalnya adalah $D_f = \{x \mid x \leq -3 \text{ atau } x \geq 3\}$.

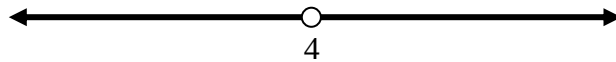
$$R_f = \{y \mid y \geq 0, y \in \mathbb{R}\} = [0, \infty)$$

5. $f(x) = \frac{3}{x-4}$

Suatu pecahan akan terdefinisi jika penyebutnya tidak sama dengan nol.

Jadi agar $f(x)$ terdefinisi maka $x-4 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4$ sehingga

$$D_f = \{x | x \neq 4\} = \{x | x < 4 \text{ atau } x > 4, x \in \mathbb{R}\}$$

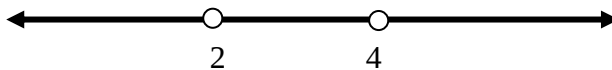


Nilai $f(x)$ tidak mungkin nol sehingga : $R_f = \{y | y \neq 0, y \in \mathbb{R}\} = [0, \infty)$

6. $f(x) = \frac{2}{x^2 - 6x + 8}$

$f(x)$ akan terdefinisi jika $x^2 - 6x + 8 \neq 0 \Rightarrow (x-2)(x-4) \neq 0$. Nilai x yang menyebabkan nol adalah $x = 2$ atau $x = 4$. Jadi daerah asalnya adalah :

$$D_f = \{x | x \neq 2 \text{ atau } x \neq 4, x \in \mathbb{R}\} = \{x | x < 2 \text{ atau } 2 < x < 4 \text{ atau } x > 4, x \in \mathbb{R}\}$$

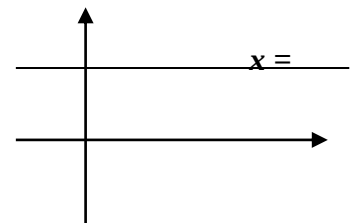


Nilai $f(x)$ tidak mungkin nol sehingga : $R_f = \{y | y \neq 0, y \in \mathbb{R}\} = [0, \infty)$

1.5 Jenis-Jenis Fungsi

1.5.1 Fungsi Konstan

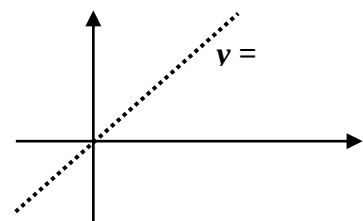
Fungsi konstan adalah sebuah fungsi yang dirumuskan dengan $f(x) = k$, dengan k adalah konstanta riil. Grafiknya berupa sebuah garis mendatar yang berjarak k satuan dari sumbu x (lihat Gambar 6.5).



Gambar 6.5

1.5.2 Fungsi Identitas

Fungsi Identitas adalah sebuah fungsi yang dirumuskan dengan $f(x) = x$. Grafiknya berupa sebuah garis yang melalui titik asal (0,0) dengan gradien (tanjakan) = 1 (lihat Gambar 6.6).



Gambar 6.6

1.5.3 Fungsi Polinom

Fungsi Polinom adalah sebarang fungsi yang dapat dibangun dari fungsi identitas dengan memakai operasi – operasi, penambahan, pengurangan, dan perkalian.

Bentuk umum dari polinom adalah: $f(x) = a_n x^n + a_{n+1} x^{n+1} + \dots + a_1 x + a_0$

di mana koefisien a adalah bilangan riil dan n adalah bilangan bulat tak negatif (0,1,2,3,... n). Jika $a_n \neq 0$, maka n adalah derajat dari fungsi polinom tersebut.

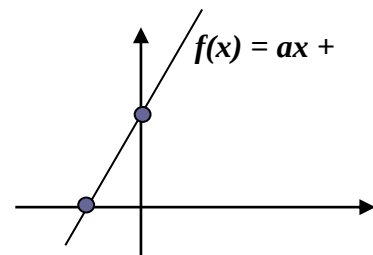
1.5.4 Fungsi linear

Fungsi Linear adalah fungsi polinom berderajat satu. Bentuk umum fungsi linear adalah :

$$f(x) = ax + b$$

a dan b adalah konstan riil grafiknya berupa garis yang melalui titik – titik $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$ dan $(0, b)$

jika $a > 0$ dan $b < 0$, maka grafiknya seperti pada Gambar 6.7

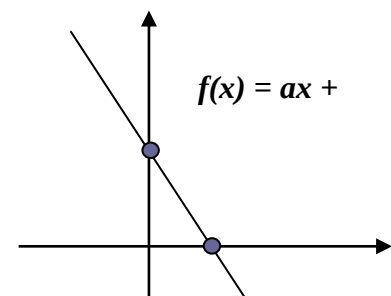


Gambar 6.7

Koefisien x yaitu a , adalah **gradien** atau tanjakan atau kemiringan dari garis tersebut.

Jika $a > 0$ (positif). Grafik naik ke kanan, jika $a < 0$ (negatif) grafik turun kekanan (lihat Gambar 6.8).

- Jika $b = 0$, maka garis melalui titik asal $O(0,0)$.
- Jika $a = 1$ dan $b = 0$, maka adalah fungsi identitas
- Jika $a = 0$ dan $b \neq 0$, maka adalah fungsi konstan



Gambar 6.8

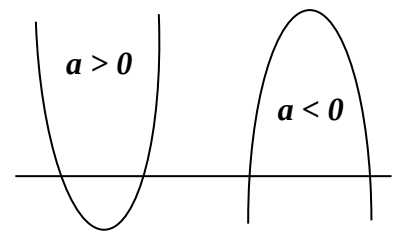
1.5.5 Fungsi Kuadrat

Fungsi Kuadrat adalah fungsi polinom berderajat dua. Bentuk umumnya adalah : $f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$ (lihat Gambar 6.9).

Grafiknya berbentuk parabola.

Parabola terbuka keatas : jika $a > 0$,

Parabola terbuka ke bawah: jika $a < 0$.



Gambar 6.9

1.5.6 Fungsi Nilai Mutlak (Modulus)

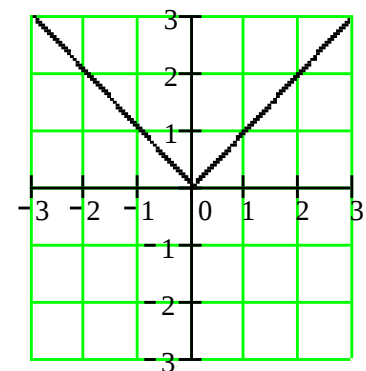
Nilai mutlak dari suatu bilangan riil x dilambangkan dengan $|x|$, didefinisikan

sebagai : $|x| = \begin{cases} x ; & \text{jika } x \geq 0 \\ -x ; & \text{jika } x < 0 \end{cases}$

Fungsi yang dirumuskan oleh : $f(x) = |x|$, disebut fungsi nilai mutlak. Karena $|x|$ selalu lebih dari atau sama dengan nol, maka grafik fungsi nilai mutlak selalu berada di atas atau pada sumbu x .

Grafik dari $f(x) = |x|$ adalah seperti pada gambar.

Grafik dari $y = |x|$ dapat diperoleh dengan cara menggambar $y = x$, kemudian bagian grafik yang berada dibawah sumbu x dicerminkan terhadap sumbu x . (lihat Gambar 6.10).



Gambar 6.10

Contoh

Diberikan rumus fungsi $f(x) = |x - 2|$

- Tentukanlah nilai – nilai dari : $f(-2)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$
- Gambarkan grafiknya

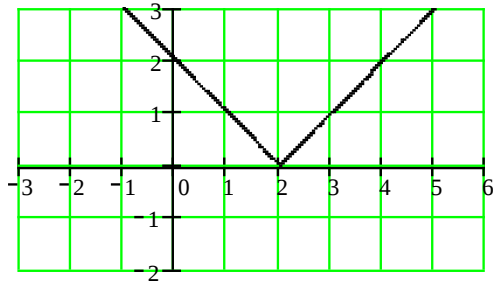
Jawab

$$f(x) = |x - 2|$$

$$a) f(-2) = |-2 - 2| = |-4| = 4$$

$$b) \text{ Grafik dari } f(x) = |x - 2|$$

$$\begin{aligned}
 f(-1) &= |-1 - 2| = |-3| = 3 \\
 f(0) &= |0 - 2| = |-2| = 2 \\
 f(1) &= |1 - 2| = |-1| = 1 \\
 f(2) &= |2 - 2| = |0| = 0 \\
 f(3) &= |3 - 2| = |1| = 1 \\
 f(4) &= |4 - 2| = |2| = 2
 \end{aligned}$$



Gambar 6.11

Grafiknya dapat diperoleh dengan cara menggambar $y = x - 2$, kemudian bagian grafik dibawah sumbu x dicerminkan pada sumbu x .

1.5.7 Fungsi Tangga

Fungsi tangga atau fungsi bilangan bulat terbesar adalah fungsi yang dilambangkan dengan : $f(x) = ||x||$

Didefinisikan sebagai : Bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x .



Gambar 6.12 Garis

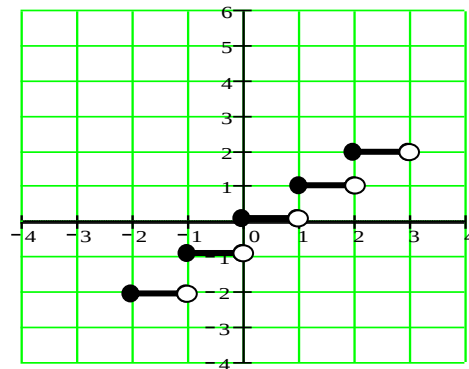
Dengan bantuan gambar di atas kita dapat dengan mudah menentukan nilai-nilai fungsi bilangan bulat terbesar pada $-7 \leq x \leq 7$. Perhatikan uraian berikut!

$$\begin{aligned}
 ||-3|| &= 3; \quad ||2|| = 2; \quad ||\frac{1}{2}|| = 0; \quad ||\frac{3}{2}|| = 1; \quad ||5\frac{1}{2}|| = 5 \\
 ||-3|| &= -3; \quad ||-3\frac{1}{2}|| = -4; \quad ||-\frac{1}{2}|| = ||-1||; \quad ||-6\frac{1}{2}|| = -7 \\
 ||\sqrt{2}|| &= 1; \quad ||\pi|| = ||3,14|| = ||3||; \quad ||-\sqrt{3}|| = ||-1,732|| = -2
 \end{aligned}$$

Pada selang :

$$\begin{aligned}
 -2 \leq x < -1 &\rightarrow f(x) = -2 \\
 -1 \leq x < 0 &\rightarrow f(x) = -1 \\
 0 \leq x < 1 &\rightarrow f(x) = 0 \\
 1 \leq x < 2 &\rightarrow f(x) = 1 \\
 2 \leq x < 3 &\rightarrow f(x) = 2
 \end{aligned}$$

sehingga grafiknya adalah seperti pada gambar berikut.



Gambar 6.13

1.5.8 Fungsi Genap dan Fungsi Ganjil

Suatu fungsi yang didefinisikan oleh $y = f(x)$ dikatakan :

- (1) Fungsi Genap, Jika dipenuhi $f(-x) = f(x)$
- (2) Fungsi Ganjil, Jika dipenuhi $f(-x) = -f(x)$

Jika (1) dan (2) tidak dipenuhi, dikatakan bahwa fungsi tak genap dan tak ganjil.

Contoh

Periksalah apakah fungsi-fungsi berikut ini genap, ganjil atau tak genap dan tak ganjil.

- | | | |
|-----------------|---------------------|--------------------------|
| a. $f(x) = x$ | d. $f(x) = 4x$ | g. $f(x) = x^4 - 3x^2$ |
| b. $f(x) = x^2$ | e. $f(x) = x^2 - 4$ | h. $f(x) = 2x^3 - 5x$ |
| c. $f(x) = x^3$ | f. $f(x) = x $ | I. $f(x) = x^2 + 2x - 8$ |

Jawab

- | | |
|--|--|
| a. $f(x) = x$
$f(-x) = -x = -f(x)$
Jadi f Ganjil | f. $f(x) = x $
$f(-x) = -x = -1 x = 1 x = x $
Jadi f Genap |
|--|--|

b. $f(x) = x^2$
 $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
 Jadi f Genap

g. $f(x) = x^4 - 3x^2$
 $f(-x) = (-x)^4 - 3(-x)^2 = x^4 - 3x^2$
 Jadi f Genap

c. $f(x) = x^3$
 $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$
 Jadi f Ganjil

h. $f(x) = 2x^3 - 5x$
 $f(-x) = 2(-x)^3 - 5(-x) = -2x^3 + 5x$
 $= -[2x^3 - 5x] = -f(x)$
 Jadi f Ganjil

d. $f(x) = 4x$
 $f(-x) = 4(-x) = -4x = -f(x)$
 Jadi f Ganjil

i. $f(x) = x^2 + 2x - 8$
 $f(-x) = (-x)^2 + 2(-x) - 8$
 $= x^2 - 2x - 8 = -[x^2 + 2x + 8]$
 $\neq f(x) \quad \neq -f(x)$
 Jadi f tak Genap dan tak Ganjil

e. $f(x) = x^2 - 4$
 $f(-x) = (-x)^2 - 4$
 $= x^2 - 4 = f(x)$
 Jadi f Genap

j. $f(x) = \sqrt{x}; x \geq 0$
 $f(-x) = \sqrt{-x}$ (tak terdefinisi)
 Jadi f tak Genap dan tak Ganjil

1.6 Operasi Aljabar Pada Fungsi

Diberikan skalar real α dan fungsi-fungsi f dan g . Jumlahan $f + g$, selisih $f - g$, hasil kali skalar αf , hasil kali $f \cdot g$, dan hasil bagi f/g masing-masing didefinisikan sebagai berikut:

- $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
- $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
- $(\alpha f)(x) = \alpha f(x)$
- $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, asalkan $g(x) \neq 0$

Domain masing-masing fungsi di atas adalah irisan domain f dan domain g , yaitu $D_{f+g} = D_{f-g} = D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$. Sedangkan untuk f/g , $D_{f/g} = \{x \in D_f \cap D_g : g(x) \neq 0\}$.

Contoh - 01

Jika f dan g masing-masing:

$$f(x) = 2x + 5 \qquad g(x) = \sqrt{x-4}$$

maka tentukan: $f+g$, $f-g$, $f \cdot g$, dan f/g beserta domainnya.

Jawab

$$(f+g)(x) = 2x + 5 + \sqrt{x-4} \qquad (f-g)(x) = 2x + 5 - \sqrt{x-4}$$

$$(f \cdot g)(x) = 2x + 5 \cdot \sqrt{x-4} \qquad (f/g)(x) = \frac{2x+5}{\sqrt{x-4}}$$

$$D_f = \{x \mid x \in \mathbf{R}\} \text{ dan } D_g = \{x \mid x \geq 4\}$$

$$D_{f+g} = D_{f-g} = D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = \{x \mid x \geq 4\}$$

$$D_{f/g} = \{x \in D_f \cap D_g : g(x) \neq 0\} = \{x \mid x > 4\}$$

Contoh - 02

Jika f dan g masing-masing: $f(x) = \sqrt{x-1}$ dan $g(x) = \frac{1}{x+5}$

maka tentukan: $f+g$, $f-g$, $f \cdot g$, dan f/g beserta domainnya.

Jawab

$$(f+g)(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x+5} \qquad (f-g)(x) = \sqrt{x-1} - \frac{1}{x+5}$$

$$(f \cdot g)(x) = \sqrt{x-1} \cdot \frac{1}{x+5} \qquad (f/g)(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x+5}$$

Karena $D_f = [1, \infty)$ dan $D_g = \mathbf{R} - \{-5\}$, maka $f+g$, $f-g$, $f \cdot g$, dan f/g masing-masing mempunyai domain: $[1, \infty)$.

1.7 Komposisi Fungsi

Komposisi fungsi dari f dan g didefinisikan sebagai:

- $(f \circ g)(x) = f(g(x)), R_g \cap D_f \neq \emptyset$

Dengan domain $D_{f \circ g} = \{x \in D_g : g(x) \in D_f\}$

- $(g \circ f)(x) = g(f(x)), R_f \cap D_g \neq \emptyset$

Dengan domain $D_{g \circ f} = \{x \in D_f : f(x) \in D_g\}$

Contoh

Jika $f(x) = x^2$ dan $g(x) = x-1$ maka tentukan fungsi-fungsi berikut beserta domainnya.

a. $f \circ g$ b. $g \circ f$ c. $f \circ f$ d. $g \circ g$

Jawab

a. $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x-1) = (x-1)^2$, dengan domain $D_{f \circ g} = \square$.

b. $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2) = x^2 - 1$, dengan domain $D_{g \circ f} = \square$.

c. $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x^2) = x^4$, dengan domain $D_{f \circ f} = \square$.

d. $(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g(x-1) = (x-1) - 1 = x-2$, dengan domain $D_{g \circ g} = \square$.

Contoh

Jika $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ dan $g(x) = 2x^2$ maka tentukan fungsi-fungsi berikut ini beserta domainnya.

a. $f \circ g$ b. $g \circ f$

Jawab

a. $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x^2) = \sqrt{1-(2x^2)^2} = \sqrt{1-4x^4}$, dengan domain:

$$\begin{aligned} D_{f \circ g} &= \{x \in D_g : g(x) \in D_f\} = \{x \in \square : -1 \leq 2x^2 \leq 1\} \\ &= \{x \in \square : 0 \leq x^2 \leq 1/2\} = \left\{x \in \square : \frac{-1}{2}\sqrt{2} \leq x \leq \frac{1}{2}\sqrt{2}\right\}. \end{aligned}$$

b. $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{1-x^2}) = 2(1-x^2)$, dengan domain:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f : f(x) \in D_g\} = \{x \in \square : -1 \leq x \leq 1\}.$$

1.8 Invers Fungsi

Fungsi f memetakan x pada y , dirumuskan dengan $y = f(x)$, fungsi f^{-1} memetakan y pada x , dirumuskan dengan $x = f^{-1}(y)$.

Rumus untuk fungsi invers dari f diperoleh dengan cara mengganti x dengan y dan y dengan x pada bentuk $x = f^{-1}(y)$ sehingga diperoleh rumus : $y = f^{-1}(x)$
Langkah-langkah menentukan Fungsi Invers adalah sebagai berikut.

1. Dari bentuk $y = f(x)$ ubahlah menjadi bentuk $x = f(y)$ (x sebagai fungsi dari y)
2. Namakanlah x sebagai $f^{-1}(y)$, sehingga $f^{-1}(y) = f(y)$
3. Gantilah huruf y dengan x sehingga diperoleh rumus fungsi invers $f^{-1}(x)$

Contoh

Tentukanlah fungsi invers dari fungsi-fungsi berikut dan gambarkan fungsi tersebut dan inversnya pada satu salib sumbu.

a). $f(x) = 3x + 2$

b). $f(x) = x^3$

Jawab

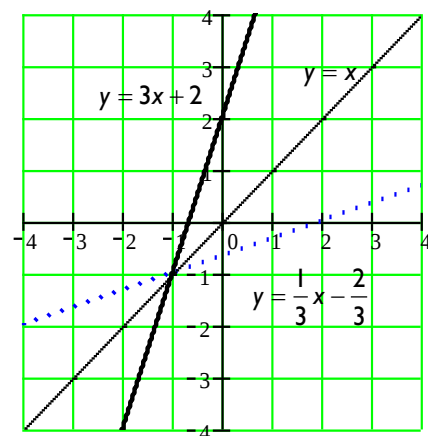
a. $y = 3x + 2$

$$3x = y - 2$$

$$x = \frac{y-2}{3} = \frac{1}{3}y - \frac{2}{3} \dots\dots\text{Langkah (1)}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{1}{3}y - \frac{2}{3} \dots\dots\dots\text{Langkah (2)}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \dots\dots\dots\text{Langkah (3)}$$



Gambar 6.14

Jadi fungsi invers dari $f(x) = 3x + 2$ adalah

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$$

Pada gambar tampak jelas bahwa grafik $y = f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ merupakan pencerminan dari grafik $y = f(x) = 3x + 2$ terhadap garis $y = x$ dan sebaliknya.

b. $y = x^3$

$$x^3 = y$$

$$(x^3)^{1/3} = y^{1/3} \Leftrightarrow x = y^{1/3} \dots \text{Langkah (1)}$$

$$f^{-1}(y) = y^{1/3} \dots \text{Langkah (2)}$$

$$f^{-1}(x) = x^{1/3} \dots \text{Langkah (3)}$$

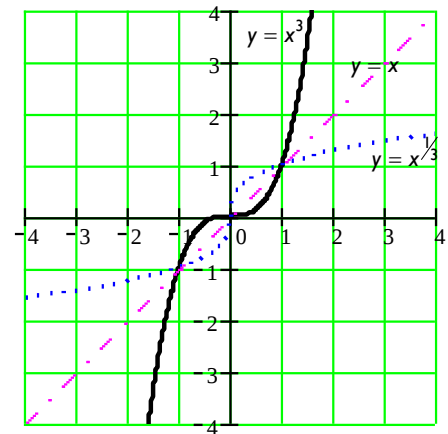
Jadi fungsi invers dari $f(x) = x^3$ adalah

$$f^{-1}(x) = x^{1/3}$$

Pada gambar tampak jelas bahwa grafik

$y = f^{-1}(x) = x^{1/3}$ merupakan pencerminan dari

grafik $y = f(x) = x^3$ terhadap garis $y = x$ dan sebaliknya.



Gambar 6.15

Contoh

Tentukan fungsi invers dari $f(x) = \frac{3x+4}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}$!

Jawab

$$y = \frac{3x+4}{2x-1}$$

$$\Leftrightarrow y(2x-1) = 3x+4 \Leftrightarrow 2xy - y = 3x+4 \Leftrightarrow 2xy - 3x = y+4 \Leftrightarrow x(2y-3) = y+4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{y+4}{2y-3} \dots \text{(langkah 1)}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y+4}{2y-3} \dots \text{(langkah 2)}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{2x-3} \dots \text{(langkah 2)}$$

1. Suatu pemetaan f dari himpunan A ke himpunan B disebut fungsi jika setiap anggota dari himpunan A dipetakan atau dikaitkan dengan tepat satu anggota dari himpunan B
2. Suatu Fungsi biasanya dinyatakan dengan huruf tunggal, boleh huruf kecil ataupun huruf besar misalnya $f, g, h, d, F, G, K, L, V$ dan sebagainya.
3. Untuk menyatakan bahwa f adalah suatu fungsi dari himpunan A ke himpunan B dinotasikan dengan : $f : A \rightarrow B$
4. Nilai fungsi adalah nilai y yang diperoleh dari rumus fungsi jika x diberi suatu harga (nilai).
5. Jika $f : A \rightarrow B$ maka dalam hal ini, himpunan A dinamakan *domain* atau *daerah definisi* atau *daerah asal*, sedangkan himpunan B dinamakan *kodomain* atau *daerah kawan* fungsi f .
6. Himpunan semua anggota B yang mempunyai kawan di A dinamakan *range* atau *daerah hasil* fungsi f , ditulis R_f atau $\text{Im}(f)$.
7. Fungsi konstan adalah sebuah fungsi yang dirumuskan dengan $f(x) = k$, dengan k adalah konstanta riil.
8. Fungsi Identitas adalah sebuah fungsi yang dirumuskan dengan $f(x) = x$. Grafiknya berupa sebuah garis yang melalui titik asal $(0,0)$ dengan gradien (tanjakan) $=1$
9. Fungsi Polinom adalah sebarang fungsi yang dapat dibangun dari fungsi identitas dengan memakai operasi – operasi, penambahan, pengurangan, dan perkalian
10. Fungsi Linear adalah fungsi polinom berderajat satu.
11. Fungsi Kuadrat adalah fungsi polinom berderajat dua.
12. Fungsi yang dirumuskan oleh : $f(x) = |x|$, disebut fungsi nilai mutlak.
13. Fungsi tangga atau fungsi bilangan bulat terbesar adalah fungsi yang dilambangkan dengan $f(x) = \lfloor x \rfloor$ Didefinisikan sebagai : Bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x .

14. Suatu fungsi yang didefinisikan oleh $y = f(x)$ dikatakan :

- Fungsi Genap, Jika dipenuhi $f(-x) = f(x)$
- Fungsi Ganjil, Jika dipenuhi $f(-x) = -f(x)$

15. Diberikan skalar real α dan fungsi-fungsi f dan g . Jumlahan $f + g$, selisih $f - g$, hasil kali skalar αf , hasil kali $f \cdot g$, dan hasil bagi f/g masing-masing didefinisikan sebagai berikut:

- a. $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
- b. $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
- c. $(\alpha f)(x) = \alpha f(x)$
- d. $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- e. $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, asalkan $g(x) \neq 0$

16. Fungsi komposisi dari f dan g , ditulis $f \circ g$, didefinisikan sebagai $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ dengan domain $D_{f \circ g} = \{x \in D_g : g(x) \in D_f\}$

17. Fungsi f memetakan x pada y , dirumuskan dengan $y = f(x)$, fungsi f^{-1} memetakan y pada x , dirumuskan dengan $x = f^{-1}(y)$.

18. Langkah-langkah menentukan Fungsi Invers adalah sebagai berikut.

1. Dari bentuk $y = f(x)$ ubahlah menjadi bentuk $x = f(y)$ (x sebagai fungsi dari y)
2. Namakanlah x sebagai $f^{-1}(y)$, sehingga $f^{-1}(y) = f(y)$
3. Gantilah huruf y dengan x sehingga diperoleh rumus fungsi invers $f^{-1}(x)$